

Електрично кола са одсечком идеалног вода

1 Пример анализе коришћењем Лапласове трансформације

Figure 1: Idealni_odsecak_voda.jpg

<p>Задатак 2</p> <p>Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L'. Вод је без почетне енергије, $R_1 = R_2 = Z_c$, а побуда је позната. Одредити</p> <p>(5) Карактеристичну импедансу вода Z_c, кашњење вода τ, излазни напон $u_2(t)$ и његов домен,</p> <p>(5) улазни напон $u_1(t)$ и његов домен.</p> <p>(5) Нацртати напоне $u_1(t)$ и $u_2(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ ако је побуда дата на слици</p> <div style="text-align: center;"> <p>u_g U 0 T t $T = \frac{1}{10} \tau$</p> </div> <p>Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.</p> <hr/> <p>Карактеристична импеданса вода је</p> <p>Кашњење вода је</p>	<div style="text-align: center;"> </div> $\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$ <hr/> <p>Излазни напон $u_2(t)$ и његов домен су</p> <p>Улазни напон $u_1(t)$ и његов домен су</p> <p>График напона $u_1(t)$ и $u_2(t)$ је</p>
--	--

Замена параметара електричног кола

```
(%i1) zamena: [R1=Zc, R2=Zc];
```

```
(%o1) [R1 = Zc, R2 = Zc]
```

Вредности параметара електричног кола

```
(%i2) vrednosti: [Zc=50, R1=50, R2=50, T=0.005/10, U=1, Tau=0.005];
```

```
(%o2) [Zc=50, R1=50, R2=50, T=5.0 10^-4, U=1, Tau=0.005]
```

Једначине електричног кола у домену Лапласове трансформације

```
(%i3) jednacine:
[U1=Zc*I1+Zc*I2*exp(-s*Tau)+U2*exp(-s*Tau),
 U2=Zc*I2+Zc*I1*exp(-s*Tau)+U1*exp(-s*Tau),
 Ug=U1+R1*I1,
 U2=-R2*I2];

(%o3) [U1=I2 Zc %e-Tau s + U2 %e-Tau s + I1 Zc, U2=I1 Zc %e-Tau s
 + U1 %e-Tau s + I2 Zc, Ug=U1 + I1 R1, U2=-I2 R2]
```

Променљиве електричног кола

```
(%i4) promenljive: [U1, U2, I1, I2];
(%o4) [U1, U2, I1, I2]
```

Налажење променљивих електричног кола

```
(%i5) odziv: linsolve(jednacine, promenljive);

(%o5) [U1 =

$$\frac{(Ug Zc^2 + R2 Ug Zc) %e^{2 Tau s} - Ug Zc^2 + R2 Ug Zc}{(Zc^2 + (R2 + R1) Zc + R1 R2) %e^{2 Tau s} - Zc^2 + (R2 + R1) Zc - R1 R2}, U2 =$$


$$\frac{2 R2 Ug Zc %e^{Tau s}}{(Zc^2 + (R2 + R1) Zc + R1 R2) %e^{2 Tau s} - Zc^2 + (R2 + R1) Zc - R1 R2}, I1 =$$


$$\frac{(Ug Zc + R2 Ug) %e^{2 Tau s} + Ug Zc - R2 Ug}{(Zc^2 + (R2 + R1) Zc + R1 R2) %e^{2 Tau s} - Zc^2 + (R2 + R1) Zc - R1 R2}, I2 = -$$


$$\frac{2 Ug Zc %e^{Tau s}}{(Zc^2 + (R2 + R1) Zc + R1 R2) %e^{2 Tau s} - Zc^2 + (R2 + R1) Zc - R1 R2}]$$

```

Комплексни представиници за U1, U2, I1 и I2 у домену
Лапласове трансформације

```
(%i6) U1s: ev(U1, odziv), zamena, ratsimp;

(%o6)  $\frac{Ug}{2}$ 

(%i7) U2s: ev(U2, odziv), zamena, ratsimp;

(%o7)  $\frac{Ug %e^{-Tau s}}{2}$ 
```

```
(%i8) I1s: ev(I1, odziv), zamena, ratsimp;
```

```
(%o8) 
$$\frac{Ug}{2 Zc}$$

```

```
(%i9) I2s: ev(I2, odziv), zamena, ratsimp;
```

```
(%o9) 
$$- \frac{Ug e^{-Tau s}}{2 Zc}$$

```

Представљање побуде помоћу разлике две Хевисајдове функције

```
(%i10) pobuda1: [Ug=U.laplace(unit_step(t), t, s)];
```

```
(%o10) 
$$[Ug = \frac{U}{s}]$$

```

```
(%i11) pobuda2: [Ug=U.laplace(unit_step(t-T), t, s)];
```

```
(%o11) 
$$[Ug = \frac{U e^{-T s}}{s}]$$

```

```
(%i12) pobuda: [Ug=U.laplace(unit_step(t), t, s) -  
                U.laplace(unit_step(t-T), t, s)];
```

```
(%o12) 
$$[Ug = \frac{U}{s} - \frac{U e^{-T s}}{s}]$$

```

```
(%i13) U2p:U2s, pobuda1, expand;
```

```
(%o13) 
$$\frac{U e^{-Tau s}}{2 s}$$

```

```
(%i14) U2pT:U2s, pobuda2, expand;
```

```
(%o14) 
$$\frac{U e^{-Tau s - T s}}{2 s}$$

```

Напон u2 у временском домену

```
(%i15) u2:unit_step(t-Tau).ev(ilt(ev(U2p, Tau=0), s,t), t=t-Tau);
```

```
(%o15) 
$$\frac{U \text{unit\_step}(t-Tau)}{2}$$

```

```
(%i16) u2T:unit_step(t-Tau-T).ev(ilt(ev(U2pT, [Tau=0,T=0]), s,t),  
                                t=t-Tau-T);
```

```
(%o16) 
$$\frac{U \text{unit\_step}(t-Tau-T)}{2}$$

```

2 Коришћење макроа COMA – Control Engineering with Maxima

**[http://www.austromath.at/daten/maxima
/zusatz/Control_Engineering_with_Maxima.pdf](http://www.austromath.at/daten/maxima/zusatz/Control_Engineering_with_Maxima.pdf)**

```
(%i17) load(coma);
      coma v.2.1 (Wilhelm Haager, 2019-05-21)
(%o17)
C:/maxima-5.44.0/share/maxima/5.44.0/share/contrib/coma/coma.mac
```

Radé апроксимација трансфер функције кашњења
 $G(s)=\exp(-sT)$.
 У примеру је узет 17. ред.

```
(%i18) Ts:time_delay (Tau,17)$;

(%i19) TTs:time_delay (Tau+T,17)$;

(%i20) U2apx: Ts.ev(U2p, Tau=0)$;

(%i21) U2apxT: TTs.ev(U2p, [Tau=0, T=0])$;

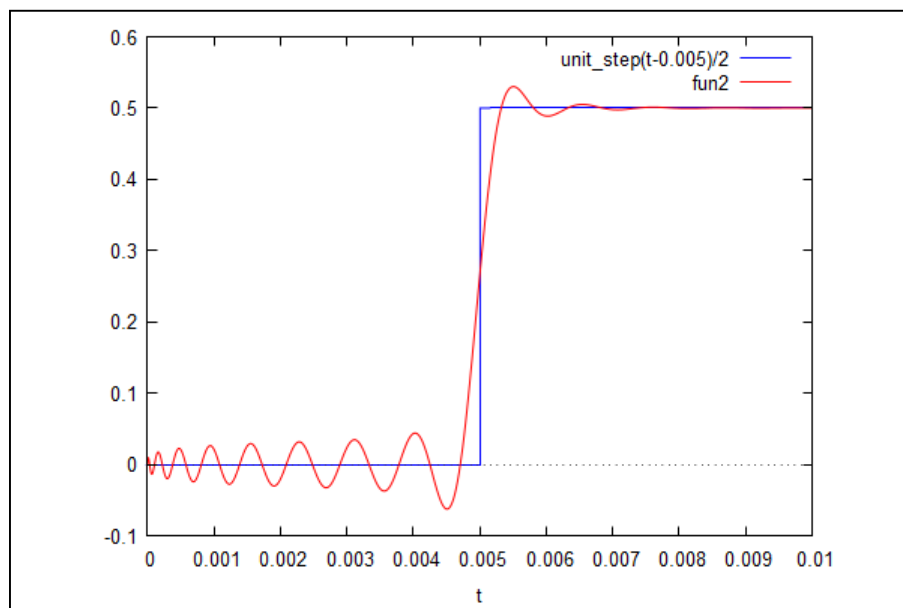
(%i22) u2apx: nilt(ev(U2apx,vrednosti), s,t)$;

(%i23) u2apxT: nilt(ev(U2apxT,vrednosti), s,t)$;
```

Одскочни одзив за напон u_2 и његову апроксимацију.

```
(%i24) wxplot2d([ev(u2, vrednosti), u2apx], [t, 0, 0.01]);
```

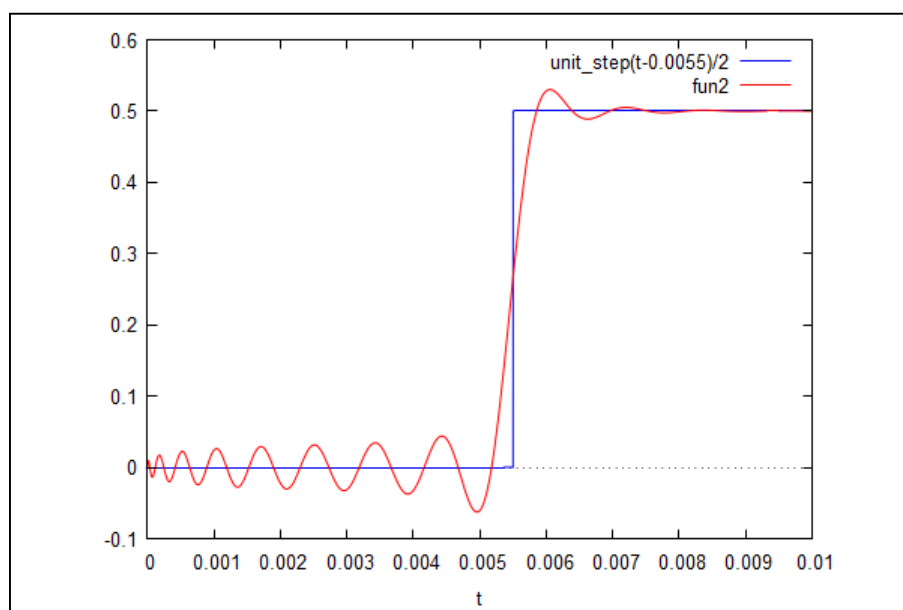
(%t24)



Одзив на закашњену Хевисајдову функцију за напон u_2 и његову апроксимацију.

```
(%i25) wxplot2d([ev(u2T, vrednosti), u2apxT], [t, 0, 0.01]);
```

(%t25)



(%o25)

Одзива на правоугаони импулс трајања T . Приказ побуде и одзива за напон u_2 .

```
(%i26) wxplot2d([ev(u2-u2T, vrednosti),
                  ev(U*(unit_step(t)-unit_step(t-T)), vrednosti)],
                  [t, 0, 0.01], [y, -0.01, 1.01]);
```

