Решавање електричног кола унилатералном Лапласовом трансформацијом. Интегратор

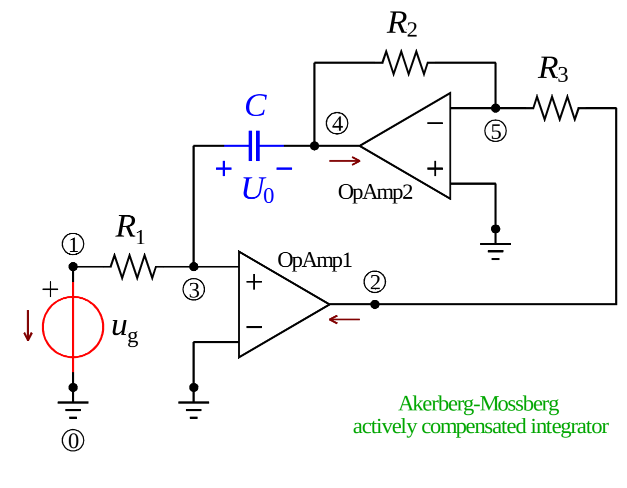
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет
Теорија електричних кола
Др Дејан В. Тошић, редовни професор
4. новембар 2020. године

Циљ, покретач (мотив), замисао

Желимо да решимо електрично коло које се састоји од отпорничких (резистивних) електричних елемената, једног динамичког елемента, и напонских и струјних извора (идеалних независних напонских и струјних генератора). Решити електрично коло, по правилу, значи одредити напоне и струје приступа, снаге приступа или елемената, и разне функције кола, на пример, појачање или слабљење изражено количницима напона и струја.
Елемент је резистиван (отпорнички) ако су његове једначине алгебарске, а у њима нема извода и интеграла по времену. Елемент је динамички ако је описан једначинама у којима се појављују изводи и интеграли по времену. Кондензатори, калемови, и индуктивни трансформатори су динамички елементи.
Тражимо опште применљив поступак који је подесан и за ручно решавање, помоћу папира и оловке, као и за машинско аутоматизовано решавање, помоћу рачунара и наменског софтвера.
Усвајамо поступак који се темељи на чворовима и једначинама елемената, без потребе да одређујемо контуре и постављамо једначине Кирхофовог закона за напоне. Чворове електричног кола непосредно уочавамо у задатој шеми, нумеришемо узастопним природним бројевима почев од један, или узастопним целим бројевима почев од нуле ако уочавамо упоредни чвор (референтни чвор, нулти чвор, уземљење, масу, шасију, кућиште, …).

Алгоритам МНА

Решавање електричног кола уопштеним поступком напона чворова (МНА, Modified Nodal Analysis, MNA), у области унилатералне Лапласове трансформације (LT), је важан метод и може се описати низом корака. Поступак МНА ће бити изложен кроз пример.

Задатак Аналогни електронски интегратор је приказан на слици. Одредити излазни напон – потенцијал чвора 2. Сматрати да је побуда $u_g(t) = U_m \sin(\omega t)\vartheta(t)$ Почетни тренутак је 0.	

Корак 1

Упоредни чвор обележити нулом. Обележити остале чворове узастопним природним бројевима почев од један.

Усвојити смерове струја приступа које се не могу изразити преко једначина елемената и напона чворова.
Напон чвора (потенцијал чвора) је напон између чвора обележеног са 1, 2, 3,…, и упоредног чвора обележеног са 0.
У примеру постоји шест чворова обележених са 0, 1, 2, 3, 4, 5.
Струја напонског извора се не може изразити преко једначине елемента и напона чворова.
Струја на излазу операционог појачавача се, такође, не може изразити преко једначина елемента и напона чворова.

Корак 2

Испитати да ли је граф електричног кола повезан. Нацртати граф.
Граф овог електричног кола јесте повезан. Можемо наставити са решавањем применом МНА.
Ако граф електричног кола није повезан, онда уочимо неповезане делове (дисконектоване компоненте), у сваком делу уочимо један чвор, и спојимо уочене чворове. Напони и струје приступа се не мењају оваквим преобликовањем (трансфигурацијом) електричног кола.

Корак 3

Напоне (потенцијале) чворова обележити са v_1, v_2, v_3, …, односно $\underline{V}_1(\underline{s})$, $\underline{V}_2(\underline{s})$, $\underline{V}_3(\underline{s})$, … .
Написати једначине Кирхофовог закона за струје (КЗС) за све чворове осим упоредног (нултог).
Струје приступа, ако је могуће, изразити преко напона (потенцијала) чворова и једначина елемената.
Ако струја приступа елемента не може да се изрази преко напона чворова, онда она остаје као променљива у систему једначина МНА и додаје се једначина елемента (карактеристика елемента, конститутивна једначина елемента, дефинициона једначина елемента).
Улазна струја операционог појачавача је једнака нули, не уводимо посебан симбол за њу, и ту вредност непосредно укључујемо у једначине КЗС.
Струја напонског извора не може да се изрази преко напона чворова, остаје као променљива у систему једначина МНА, и додаје се једначина напонског извора.
Излазна струја операционог појачавача не може да се изрази преко напона чворова, остаје као променљива у систему једначина МНА, и додаје се једначина операционог појачавача.
Систем једначина МНА, у области унилатералне Лапласове трансформације (LT), је скуп следећих једначина:

КЗС1: $$\underline{I}_{\mathrm{ug}}(\underline{s})+\frac{\underline{V}_1(\underline{s})-\underline{V}_3(\underline{s})}{R_1}=0\,,\ \underline{V}_1(\underline{s})-0=\underline{U}_{\mathrm{g}}(\underline{s})$$

КЗС2: $$\underline{I}_{\mathrm{OpAmp1}}(\underline{s})+\frac{\underline{V}_2(\underline{s})-\underline{V}_5(\underline{s})}{R_3}=0\,,\ \underline{V}_3(\underline{s})-0=0$$

КЗС3: $$\frac{\underline{V}_3(\underline{s})-\underline{V}_1(\underline{s})}{R_1}+0+C(\underline{s}(\underline{V}_3(\underline{s})-\underline{V}_4(\underline{s}))-U_0)=0$$

КЗС4: $$C(\underline{s}(\underline{V}_4(\underline{s})-\underline{V}_3(\underline{s}))+U_0)+\underline{I}_{\mathrm{OpAmp2}}(\underline{s})+\frac{\underline{V}_4(\underline{s})-\underline{V}_5(\underline{s})}{R_2}=0\,,\ 0-\underline{V}_5(\underline{s})=0$$

КЗС5: $$\frac{\underline{V}_5(\underline{s})-\underline{V}_4(\underline{s})}{R_2}+0+\frac{\underline{V}_5(\underline{s})-\underline{V}_2(\underline{s})}{R_3}=0$$

Променљиве система једначина МНА су напони чворова, $\underline{V}_k(\underline{s})$, $(k=1,2,3,4,5)$, и струје приступа које не могу да се изразе преко напона чворова, $\underline{I}_{\mathrm{ug}}(\underline{s})$, $\underline{I}_{\mathrm{OpAmp1}}(\underline{s})$, $\underline{I}_{\mathrm{OpAmp2}}(\underline{s})$.

Комплексне једначине по Кирхофовим законима, у области унилатералне Лапласове трансформације (LT), се добијају из једначина Кирхофових закона написаних у временском домену тако што се симболи напона и струја замене симболима комплексних напона и струја, $\sum_{n=1}^{N} A_n u_n(t) = 0 \leftrightarrow \sum_{n=1}^{N} A_n \underline{U}_n(\underline{s}) = 0$, $\sum_{m=1}^{M} B_m i_m(t) = 0 \leftrightarrow \sum_{m=1}^{M} B_m \underline{I}_m(\underline{s}) = 0$.

Комплексне једначине резистивног елемента, у области унилатералне Лапласове трансформације (LT), се добијају тако што се у дефиниционим једначинама елемента симболи напона и струја замене симболима комплексних напона и струја,
$\sum_{k=1}^{K} \left(a_k u_k(t) + b_k i_k(t)\right) = 0 \leftrightarrow \sum_{k=1}^{K} \left(a_k \underline{U}_k(\underline{s}) + b_k \underline{I}_k(\underline{s})\right) = 0$.

Комплексне једначине динамичког елемента, у области унилатералне Лапласове трансформације (LT), се добијају тако што се у дефиниционим једначинама елемента први извод по времену преслика у производ Лапласове промењливе и комплексног напона (или струје) умањен за почетни услов у нула-минус, $\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} \leftrightarrow \underline{s}\underline{U}(\underline{s}) - u(0^-)$, $\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \leftrightarrow \underline{s}\underline{I}(\underline{s}) - i(0^-)$.

Корак 4

Решити систем једначина МНА. У задатку се тражи само напон v_2. Не траже се струје. Посматрајмо једначине МНА и запазимо да се свака од струја $\underline{I}_{\mathrm{ug}}(\underline{s})$, $\underline{I}_{\mathrm{OpAmp1}}(\underline{s})$, $\underline{I}_{\mathrm{OpAmp2}}(\underline{s})$ појављује као једина струја само у по једној једначини КЗС. Изоставимо те једначине. Добијамо мањи (редукован) систем једначина.

$$\underline{V}_1(\underline{s}) = \underline{U}_{\mathrm{g}}(\underline{s})$$
$$\underline{V}_3(\underline{s}) = 0$$
$$\frac{\underline{V}_3(\underline{s}) - \underline{V}_1(\underline{s})}{R_1} + C(\underline{s}(\underline{V}_3(\underline{s}) - \underline{V}_4(\underline{s})) - U_0) = 0$$
$$\underline{V}_5(\underline{s}) = 0$$
$$\frac{\underline{V}_5(\underline{s}) - \underline{V}_4(\underline{s})}{R_2} + \frac{\underline{V}_5(\underline{s}) - \underline{V}_2(\underline{s})}{R_3} = 0$$

На основу једначина елемената можемо уклонити (елиминисати) променљиве $\underline{V}_1$, $\underline{V}_3$ и $\underline{V}_5$.

$$\frac{-\underline{U}_{\mathrm{g}}(\underline{s})}{R_1} + C(\underline{s}(-\underline{V}_4(\underline{s})) - U_0) = 0$$
$$\frac{-\underline{V}_4(\underline{s})}{R_2} + \frac{-\underline{V}_2(\underline{s})}{R_3} = 0$$

Из друге једначине је $\underline{V}_4 = -\underline{V}_2 \frac{R_2}{R_3}$ и то замењујемо у прву једначину.

$$\frac{-\underline{U}_{\mathrm{g}}(\underline{s})}{R_1} + C(\underline{s}\frac{R_2}{R_3}\underline{V}_2(\underline{s}) - U_0) = 0$$

Корак 5

Сређивањем се добија комплексна једначина одзива по траженом потенцијалу у области унилатералне Лапласове трансформације, а из ње комплексан одзив, трансформат, $\underline{V}_2(\underline{s})$.

$$\underline{V}_2(\underline{s}) = \frac{R_3}{CR_1R_2\underline{s}}\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s}) + \frac{R_3}{R_2\underline{s}}U_0$$

Комплексан одзив има два сабирка: *одзив на побуду* (екситацију), први сабирак, и *одзив на почетну енергију* (почетне услове), други сабирак.

$$\underline{V}_2(\underline{s}) = \underline{V}_{2,\mathrm{e}}(\underline{s}) + \underline{V}_{2,0}(\underline{s}), \quad \underline{V}_{2,\mathrm{e}}(\underline{s}) = \frac{R_3}{CR_1R_2\underline{s}}\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s}), \quad \underline{V}_{2,0}(\underline{s}) = \frac{R_3}{R_2\underline{s}}U_0$$

Зато што је електрично коло линерано, сви елементи су описани линеарним једначинама у области унилатералне Лапласове трансформације (LT), а комплексан одзив је линеарна хомогена комбинација комплексних побуда и природних почетних услова.

$$\underline{V}_2(\underline{s}) = \underline{H}(\underline{s})\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s}) + \underline{F}(\underline{s})U_0, \quad \underline{V}_{2,\mathrm{e}}(\underline{s}) = \underline{H}(\underline{s})\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s}), \quad \underline{V}_{2,0}(\underline{s}) = \underline{F}(\underline{s})U_0$$

Коефицијент уз комплексну побуду, $\underline{H}(\underline{s})$, је *комплексна функција* електричног кола у области унилатералне Лапласове трансформације. Зато што су одзив и побуда на различитим приступима, она се назива *функција преноса* (трансфер функција) у области унилатералне Лапласове трансформације.

Корак 6

Одредимо одзив, тренутну вредност, $v_2(t)$ инверзном унилатералном Лапласовом трансформацијом (LT^{-1}), $v_2(t) = \mathrm{LT}^{-1}(\underline{V}_2(\underline{s}))$. Одредимо, прво, комплексну побуду:
$\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s}) = \mathrm{LT}(u_\mathrm{g}(t)) = \mathrm{LT}(U_\mathrm{m}\sin(\omega t)\vartheta(t) = U_\mathrm{m}\dfrac{\omega}{\underline{s}^2+\omega^2}$, на пример из таблица парова унилатералне Лапласове трансформације.

Применимо својство линеарности трансформације.

$$v_2(t) = \mathrm{LT}^{-1}(\underline{V}_2(\underline{s})) = \mathrm{LT}^{-1}(\frac{R_3}{CR_1R_2\underline{s}}\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s}) + \frac{R_3}{R_2\underline{s}}U_0) = \mathrm{LT}^{-1}(\frac{R_3}{CR_1R_2\underline{s}}\underline{U}_\mathrm{g}(\underline{s})) + \mathrm{LT}^{-1}(\frac{R_3}{R_2\underline{s}}U_0)$$

$$v_2(t) = \frac{R_3}{CR_1R_2}U_\mathrm{m}\mathrm{LT}^{-1}(\frac{\omega}{\underline{s}(\underline{s}^2+\omega^2)}) + \frac{R_3}{R_2}U_0\,\mathrm{LT}^{-1}(\frac{1}{\underline{s}})$$

$\mathrm{LT}(\vartheta(t)) = \dfrac{1}{\underline{s}}$, на пример из таблица парова унилатералне Лапласове трансформације.

$$v_2(t) = \frac{R_3}{CR_1R_2}U_\mathrm{m}\mathrm{LT}^{-1}(\frac{\omega}{\underline{s}(\underline{s}^2+\omega^2)}) + \frac{R_3}{R_2}U_0\,\vartheta(t),\ t>0$$

Инверзну трансформацију првог сабирка можемо, свакако, одредити из опширнијих таблица или растављањем на једноставније разломке чије инверзне трансформације одређујемо из основних парова.
$\dfrac{\omega}{\underline{s}(\underline{s}^2+\omega^2)} = \dfrac{A}{\underline{s}} + \dfrac{M\underline{s}+N}{\underline{s}^2+\omega^2}$, множењем са $\underline{s}$, и у граничном процесу $\underline{s}\to 0$, добија се A.

$$A = \lim_{\underline{s}\to 0}\left(\underline{s}\frac{\omega}{\underline{s}(\underline{s}^2+\omega^2)}\right) = \frac{1}{\omega}, \quad \frac{\omega}{\underline{s}(\underline{s}^2+\omega^2)} = \frac{1/\omega}{\underline{s}} + \frac{M\underline{s}+N}{\underline{s}^2+\omega^2}, \quad \omega = \frac{1}{\omega}(\underline{s}^2+\omega^2) + (M\underline{s}+N)\underline{s}$$

$$\omega^2 = \underline{s}^2 + \omega^2 + \omega M\underline{s}^2 + \omega N\underline{s},\ 0 = \underline{s}^2 + \omega M\underline{s}^2 + \omega N\underline{s},\ M = \frac{-1}{\omega},\ N = 0,\ \frac{\omega^2}{\underline{s}(\underline{s}^2+\omega^2)} = \frac{1}{\underline{s}} - \frac{\underline{s}}{\underline{s}^2+\omega^2}$$

$$v_2(t) = \frac{R_3}{C\omega R_1R_2}U_\mathrm{m}\mathrm{LT}^{-1}\left(\frac{1}{\underline{s}} - \frac{\underline{s}}{\underline{s}^2+\omega^2}\right) + \frac{R_3}{R_2}U_0\,\vartheta(t)$$

$$v_2(t) = \frac{R_3}{C\omega R_1R_2}U_\mathrm{m}\left(\mathrm{LT}^{-1}\left(\frac{1}{\underline{s}}\right) - \mathrm{LT}^{-1}\left(\frac{\underline{s}}{\underline{s}^2+\omega^2}\right)\right) + \frac{R_3}{R_2}U_0\,\vartheta(t)$$

$$v_2(t) = \frac{R_3}{C\omega R_1R_2}U_\mathrm{m}(1-\cos(\omega t))\,\vartheta(t) + \frac{R_3}{R_2}U_0\,\vartheta(t),\ t > 0$$

Размотримо одзив у почетном тренутку $t_0 = 0$. Природни почетни услови су задати у 0^- и зато код одзива на почетне услове изостављамо Хевисајдову одскочну функцију, пишемо

$$v_2(t) = \frac{R_3}{C\omega R_1R_2}U_\mathrm{m}(1-\cos(\omega t))\,\vartheta(t) + \frac{R_3}{R_2}U_0\ ,\ t \ge 0$$

Одзив није познат за негативно време зато што није познато како је настао почетни услов.

Потпуни одзив је збир одзива на побуду и одзива на почетне услове.

$$v_2(t) = v_{2,\mathrm{e}} + v_{2,0} = \frac{R_3}{C\omega R_1R_2}U_\mathrm{m}(1-\cos(\omega t))\,\vartheta(t) + \frac{R_3}{R_2}U_0, \quad t \ge 0.$$

Област дефинисаности, домен, потпуног одзива је исти као и домен одзива на почетне услове. Потпуни одзив није познат за негативно време, за $t < 0$.

Одзив на каузалну побуду је каузална функција времена и увек садржи Хевисајдову одскочну функцију $\vartheta(t)$, коју називамо и јединична одскочна функција.

$$\vartheta(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \qquad \lim_{t\to 0-}\vartheta(t) = 0 \qquad \lim_{t\to 0+}\vartheta(t) = 1$$

Одзив на почетне услове не множимо са $\vartheta(t)$ јер би то значило да је он увек једнак нули за $t = 0^-$, што није исправно.

Дискусија

Избором да све отпорности буду R добијамо коло са најмањим распоном вредности елемената. Тада је трансфер функција облика

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{1}{CR}\frac{1}{\underline{s}} = K\frac{1}{\underline{s}},\ K = \frac{1}{CR} > 0.$$

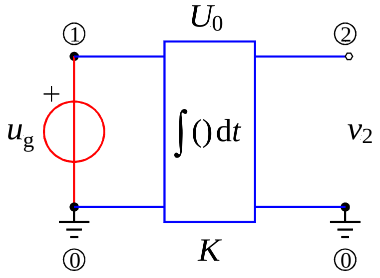
а тражени одзив, потенцијал v_2, је

$$v_2(t) = K U_\mathrm{m}\frac{1-\cos(\omega t)}{\omega}\vartheta(t) + U_0,\ t \ge 0.$$

На основу својства (теореме) интеграљења у временском домену, важи релација

$\mathrm{LT}(\int_0^t u(\tau)\,\mathrm{d}\tau) = \frac{1}{\underline{s}}\underline{U}(\underline{s})$, из које закључујемо да је одзив услед побуде пропорционалан одређеном интегралу побуде. Сходно томе, ово електрично коло се назива интегратор, временски константан сабирак U_0 је почетна вредност интегратора, а константа K је константа интегратора. Усвојили смо да све отпорности буду R.

Сликовна представа (графички симбол) интегратора је



Константа интегратора је позитивна, па овакав интегратор зовемо неинвертујући.

Као практичан закључак може се нагласити да електрично коло, или у ширем контексту систем, препознајемо као интегратор ако је трансфер функцију облика $K\frac{1}{\underline{s}}$, $K = const$.

Импулсни одзив интегратора је $g(t) = \mathrm{LT}^{-1}(\underline{H}(\underline{s})) = \mathrm{LT}^{-1}(K\frac{1}{\underline{s}}) = K\,\mathrm{LT}^{-1}(\frac{1}{\underline{s}}) = K\,\vartheta(t)$, $\forall t \in \mathrm{R}$.

Интегратор анализиран у овом примеру су предложили D. Akerberg и K. Mossberg. Коришћен је пар операционих појачавача да би се смањио утицај несавршености комерцијално доступних чипова који имплементирају операциони појачавач.

Практични захтеви

У практичном, имплементираном, интегратору потребно је остварити постављање почетног услова у датом тренутку времена. То се може постићи електронским прекидачима.
Постоје и друга техничка решења интегратора, са једним операционим појачавачем.
У практичним интеграторима, са реалним несавршеним операционим појачавачима, се често ставља отпорник велике отпорности, на пример $100\,\mathrm{k}\Omega$, паралелно кондензатору да би се обезбедило да напон кондензатора буде једнак нули у одсуству побуде

Симболичка анализа

Коло се може решити програмом SALECx који софтверски имплементира МНА поступак.
Видети прилог.
Application of Free Software and Open Hardware, PSSOH 2019, International Conference, University of Belgrade – School of Electrical Engineering, Belgrade, Serbia, Oct. 26, 2019.
http://pssoh.etf.bg.ac.rs/
Primena slobodnog softvera i otvorenog hardvera
http://pssoh.etf.bg.ac.rs/
https://github.com/pssoh/SALECx
https://zenodo.org/record/3464103#.XY-nt2ZS_IU
DOI: 10.5281/zenodo.3464103

(%i1) load("C:\\SALECx\\SALECx.mac") $

Dejan Tosic, SALECx 2019 v1.0
Symbolic Analysis of Linear Electric Circuits with Maxima

(%i2) SALECxPrint: true $

(%i3)
```
Integrator_shema: [
 ["V", "Ug", 1, 0, Ug],
 ["R", "R1", 1, 3, R1],
 ["C", "C", 3, 4, C, U0],
 ["OpAmp", "OpAmp1", [3,0], 2],
 ["OpAmp", "OpAmp2", [0,5], 4],
 ["R", "R2", 4, 5, R2],
 ["R", "R4", 5, 2, R3]
]$
```

(%i4) Integrator_response: SALECx(Integrator_shema);

Symbolic Analysis of Linear Electric Circuits with Maxima
SALECx version 1.0, Prof. Dr. Dejan Tošić, tosic@etf.rs
Number of nodes excluding 0 node: 5
Electric circuit specification: $[[V,Ug,1,0,Ug],[R,R1,1,3,R1],[C,C,3,4,C,U0],[OpAmp,OpAmp1,[3,0],2],[OpAmp,OpAmp2,[0,5],4],[R,R2,4,5,R2],[R,R4,5,2,R3]]$
Supported element: [true, true, true, true, true, true, true]
Element values: $[Ug,R1,C,false,false,R2,R3]$
Initial conditions: $[false,false,U0,false,false,false,false]$

MNA equations: $\left[\frac{V_1-V_3}{R1}+I_{Ug}=0,\frac{V_2-V_5}{R3}+I_{OpAmp1}=0,\left(V_3-V_4\right)C\,s-C\,U0+\frac{V_3-V_1}{R1}=0,\left(V_4-V_3\right)C\,s+C\,U0+\frac{V_4-V_5}{R2}+I_{OpAmp2}=0,\frac{V_5-V_2}{R3}+\frac{V_5-V_4}{R2}=0,-V_5=0,V_3=0,V_1=Ug\right]$

MNA variables: $[V_1,V_2,V_3,V_4,V_5,I_{OpAmp2},I_{OpAmp1},I_{Ug}]$

(Integrator_response) $\left[V_1=Ug,V_2=\frac{R3\,Ug+C\,R1\,R3\,U0}{C\,R1\,R2\,s},V_3=0,V_4=-\frac{Ug+C\,R1\,U0}{C\,R1\,s},V_5=0,I_{OpAmp2}=\frac{C\,R2\,Ug\,s+Ug+C\,R1\,U0}{C\,R1\,R2\,s},I_{OpAmp1}=-\frac{Ug+C\,R1\,U0}{C\,R1\,R2\,s},I_{Ug}=-\frac{Ug}{R1}\right]$

(%i5) V2: V[2], Integrator_response;

(V2) $$\frac{R3\,Ug+C\,R1\,R3\,U0}{C\,R1\,R2\,s}$$

(%i6) assume(w>0);

(%o6) $[w>0]$

(%i7) v2t: ilt(ev(V2,Ug=laplace(Um*sin(w*t),t,s)),s,t), expand;

(v2t) $$-\frac{R3\,Um\cos\left(t\,w\right)}{C\,R1\,R2\,w}+\frac{R3\,Um}{C\,R1\,R2\,w}+\frac{R3\,U0}{R2}$$

(%i8) collectterms(v2t,Um);

(%o8) $$Um\left(\frac{R3}{C\,R1\,R2\,w}-\frac{R3\cos\left(t\,w\right)}{C\,R1\,R2\,w}\right)+\frac{R3\,U0}{R2}$$

(%i9) V2R: V2, [R1=R, R2=R, R3=R], expand;

(V2R) $$\frac{Ug}{C\,R\,s}+\frac{U0}{s}$$

(%i10) v2Rt: v2t,[R1=R, R2=R, R3=R] ;

(v2Rt) $$-\frac{Um\cos\left(t\,w\right)}{C\,R\,w}+\frac{Um}{C\,R\,w}+U0$$

(%i11) collectterms(v2Rt,Um);

(%o11) $$Um\left(\frac{1}{C\,R\,w}-\frac{\cos\left(t\,w\right)}{C\,R\,w}\right)+U0$$