

Tow-Thomas state-variable biquad, MAX274 active filter

ЗАДАТАК

ТТ реализација филтра (Tow-Thomas state-variable biquad, MAX274 active filter)

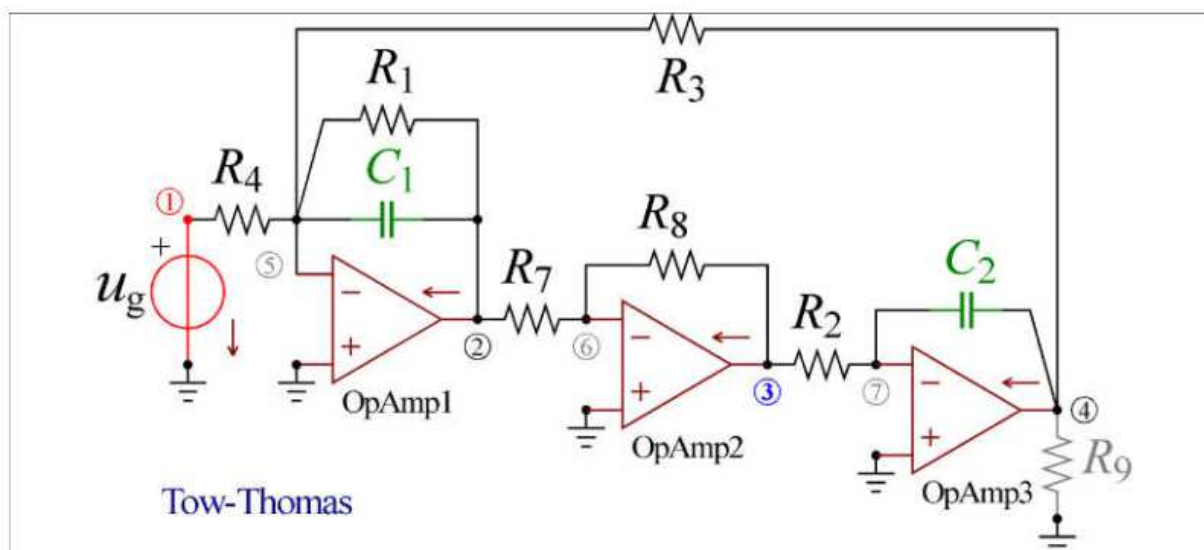
има познате вредности елемената $R_1=(3/2) R$, $R_2 = R_3 = R$, $R_4=(3/4) R$, $R_7 = R_8 = R$, $C_1 = C_2 = 1/(R\Omega)$ и познати су реални параметри R , $\Omega > 0$.

Одредити трансфер функцију $H(s)=V_3(s)/U_g(s)$ (уопштenu преносну комплексну функцију електричног кола у области унилатералне Лапласове трансформације, трансмитансу напона), њене нуле и полове.

Одредити амплитудски одзив $H(\omega)$, пропусни опсег 3dB, његову ширину и граничне учестаности.

Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Одредити импулсни одзив (Гринову функцију) и одскочни одзив (индициону функцију) за напон чвора 3, као и њихов домен (област дефинисаности у времену).



РЕШЕЊЕ

Приказ грчких слова

```
Omega := `&Omega;`;
Ω
omega := `&omega;`;
ω
```

Увоођење претпоставки за параметре електричног кола

```
assume(R1>0 and R2>0 and R3>0 and R4>0 and R7>0 and R8>0 and
R9>0 and C1>0 and C2>0 and Omega>0 and omega>0)
zamena:={R1=3*R/2, R2=R, R3=R, R4=3*R/4, R7=R, R8=R, C1=1/(R*Omega),
C2=1/(R*Omega)}
{R2 = R, R3 = R, R7 = R, R8 = R, C1 = 1/(Ω R), C2 = 1/(Ω R), R1 = 3 R / 2, R4 = 3 R / 4}
```

Замена параметара електричног кола

```
vrednosti:={R=1, C=1, Omega=1}
{Ω = 1, C = 1, R = 1}
```

Једначине електричног кола у домену Лапласове трансформације

Користићемо сажети уопштени поступак напона чворова (CMNA, Compacted Modified Nodal Analysis) за постављање комплексних једначина кола. За потенцијал чвора 1 ћемо користити једначину елемента $V_1(s) = U_g(s)$. За потенцијале чворова 5, 6 и 7 користитћемо једначине елемената $V_5(s) = 0$, $V_6(s) = 0$, $V_7(s) = 0$. За улазне струје операционих појачавача нећемо уводити посебне променљиве, већ ћемо користити једначине елемента и сматрати да су те струје једнаке нули. У задатку се не траже струја напонског извора и излазне струје операционих појачавача, тако да можемо изоставити једначине у којима се те струје појављују, а то су једначине за чворове 1, 2, 3 и 4. Комплексне једначине

CMNA електричног кола се постављају за чворове 5, 6 и 7, а променљиве су комплексни потенцијали чворова.

$$\begin{cases} \text{jednacine} := \{-(V1-V5)/R4 + (V5-V2)/R1 + (V5-V4)/R3 + s*C1*(V5-V2) = 0, \\ -(V2-V6)/R7 + (V6-V3)/R8 = 0, \\ -(V3-V7)/R2 + s*C2*(V7-V4) = 0, \\ V1 = U_g, V5 = 0, V6 = 0, V7 = 0\} \\ \left\{ \begin{aligned} V1 = U_g, -\frac{V2-V5}{R1} - \frac{V1-V5}{R4} - \frac{V4-V5}{R3} - C1 s (V2-V5) = 0, V5 = 0, V6 = 0, \\ V7 = 0, -\frac{V2-V6}{R7} - \frac{V3-V6}{R8} = 0, -\frac{V3-V7}{R2} - C2 s (V4-V7) = 0 \end{aligned} \right\} \end{cases}$$

Променљиве електричног кола

$$\begin{cases} \text{promenljive} := \{V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7\} \\ \{V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7\} \end{cases}$$

Налажење променљивих електричног кола

$$\begin{cases} \text{resenje} := \text{linsolve}(\text{jednacine}, \text{promenljive}) \\ \left[V1 = U_g, V2 = -\frac{C2 R1 R2 R3 R7 U_g s}{\sigma_1}, V3 = \frac{C2 R1 R2 R3 R8 U_g s}{\sigma_1}, V4 = -\frac{R1 R3 R8 U_g}{\sigma_1}, V5 = 0, V6 = 0, V7 = 0 \right] \\ \text{where} \\ \sigma_1 = R4 (C1 C2 R1 R2 R3 R7 s^2 + C2 R2 R3 R7 s + R1 R8) \end{cases}$$

Трансфер функцију $H(s) = V_3(s)/U_g(s)$

$$\begin{cases} H(s) := \text{simplify}((V3 | \text{resenje}) / U_g | \text{zamena}) \\ \frac{4 \Omega s}{3 \Omega^2 + 2 \Omega s + 3 s^2} \end{cases}$$

Именилац трансфер функцију $H(s) = V_3(s)/U_g(s)$

$$\begin{cases} \text{Imenilac} := \text{denom}(H(s)) \\ 3 \Omega^2 + 2 \Omega s + 3 s^2 \end{cases}$$

Бројилац трансфер функцију $H(s) = V_3(s)/U_g(s)$

$$\begin{cases} \text{Brojilac} := \text{numer}(H(s)) \\ 4 \Omega s \end{cases}$$

Полови трансфер функцију $H(s) = V_3(s)/U_g(s)$

$$\begin{cases} \text{Polovi} := \text{solve}(\text{Imenilac} = 0, s) \\ \left\{ -\frac{\Omega}{3} - \frac{2\sqrt{2}\Omega i}{3}, -\frac{\Omega}{3} + \frac{2\sqrt{2}\Omega i}{3} \right\} \end{cases}$$

Нуле трансфер функцију $H(s) = V_3(s)/U_g(s)$

$$\begin{cases} \text{Nule} := \text{solve}(\text{Brojilac} = 0, s) \\ \{0\} \end{cases}$$

Фреквенцијски одзив за трансфер функцију $H(s) = V_3(s)/U_g(s)$

$$\begin{cases} H_j\omega := H(s) | \{s = I * \omega\} \\ \frac{4 \Omega \omega i}{3 \Omega^2 + 2 \Omega \omega i - 3 \omega^2} \end{cases}$$

Амплитудска одзив је модул фреквенцијског одзив

$$\begin{cases} H_w(\omega) := \text{Simplify}(\text{abs}(H_j\omega)) \\ \frac{4 \Omega \omega}{\sqrt{9(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4 \Omega^2 \omega^2}} \end{cases}$$

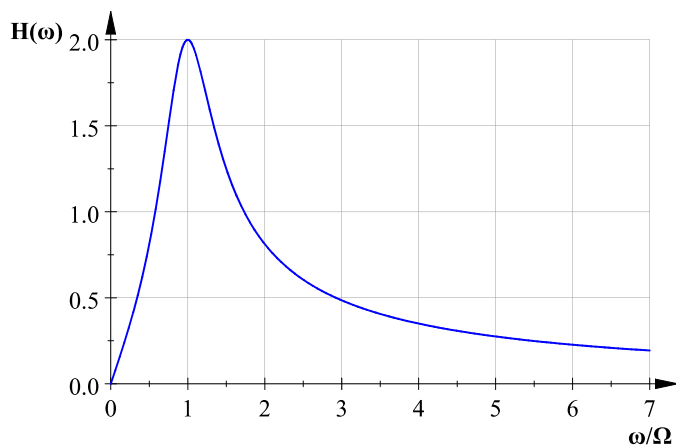
Амплитудска карактеристика

$$\begin{cases} \text{plotfunc2d}(H_w(\omega) | \text{vrednosti}, \omega = 0..7, \\ \text{Scaling} = \text{Automatic}, \\ \text{AxesTitles} = ["\omega/\Omega", "H(\omega)"], \end{cases}$$

```

AxesTitleFont = ["Times New Roman", 12, Bold],
GridVisible = TRUE,
TicksLabelFont = ["Times New Roman", 12])

```



```

plotfunc2d(20*log10(Hw(omega)) | vrednosti, omega=1e-2..7,
ViewingBoxYRange = -15 .. 7,

```

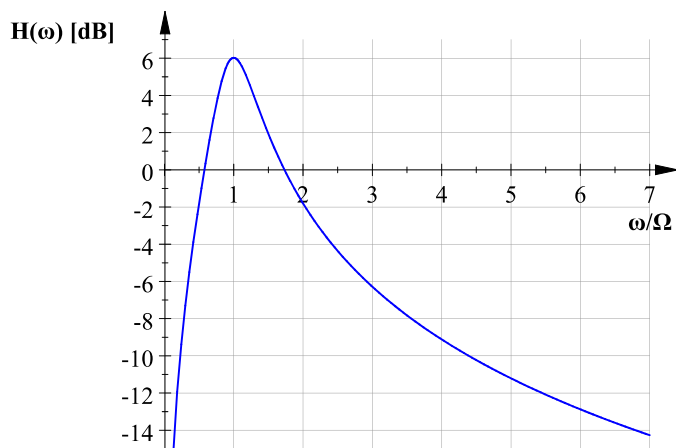
```

AxesTitles = ["omega/Omega", "H(omega) [dB]"],
AxesTitleFont = ["Times New Roman", 12, Bold],

GridVisible = TRUE,

TicksLabelFont = ["Times New Roman", 12])

```



Кружна учестаност при којој се остварује локални максимум амплитудске карактеристике

```

[Omega_max:=solve(diff(Hw(omega))^2, omega)=0, omega)
{Omega}

```

Вредност локалног максимума амплитудске карактеристике

```

[Hw_max:=simplify(Hw(omega) | {omega=Omega_max[1]})
2

```

Граничне учестаности пропусног опсега

```

[Omega_g:=simplify(solve(abs(Hjw)=Hw_max/sqrt(2), omega))
{Omega*(sqrt(10)-1)/3, Omega*(sqrt(10)+1)/3}

```

Ширина пропусног опсега

```

[B_3dB:=simplify(Omega_g[2]-Omega_g[1])
2*Omega/3

```

Импулсни одзив (Гринова функција, impulse response, unit impulse response) је инверзна унилатерална Лапласова трансформација одговарајуће трансфер функције

(уопштене комплексне функције електричног кола у области Лапласове трансформације).

```
g(t) := Simplify(ilaplace(H(s), s, t))
```

$$\frac{4 \Omega e^{-\frac{\Omega t}{3}} \left(\cos\left(\frac{2\sqrt{2}\Omega t}{3}\right) - \frac{\sqrt{2} \sin\left(\frac{2\sqrt{2}\Omega t}{3}\right)}{4} \right)}{3}$$

Одскочни одзив (индициона функција, step response, unit step response) је инверзна унилатерална Лапласова трансформација одговарајуће трансфер функције подељене са s .

```
f(t) := Simplify(ilaplace(H(s)/s, s, t))
```

$$\sqrt{2} e^{-\frac{\Omega t}{3}} \sin\left(\frac{2\sqrt{2}\Omega t}{3}\right)$$