

LC kolo sa početnim uslovom

Figure 1:

Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

Побуда (екситација, стимулус, инпут) је

$$u_g(t) = U_m \sin(\omega t) \delta(t).$$

$\delta(t)$ је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $h(t)$.

Почетна струја калема и почетни напон кондензатора су

$$i(t_0) = I_0, u(t_0) = U_0, t_0 = 0.$$

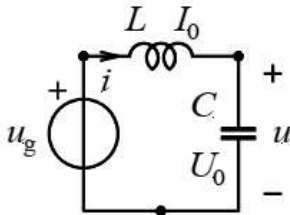
Постоји веза параметара

$$C = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

(а) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(б) Одредити напон кондензатора u за $t > t_0$.

(в) Нацртати график напона кондензатора u у функцији времена за $t > t_0$.



```
(%i1) jednacineKolaIzvoda: [ug=L·Di+u, i=C·Du];
```

```
(%o1) [ug=u+Di L, i=C Du]
```

```
(%i2) promenljiveIzvoda: [Di, Du] ;
```

```
(%o2) [Di, Du]
```

```
(%i3) odzivIzvoda: linsolve(jednacineKolaIzvoda,promenljiveIzvoda);
```

```
(%o3) [Di = (ug-u)/L, Du = i/C]
```

```
(%i4) odzivIzvodaExpand: expand(odzivIzvoda);
```

```
(%o4) [Di = ug/L - u/L, Du = i/C]
```

```
(%i5) jednacineDiff: odzivIzvodaExpand, Di = 'diff(i,t), Du = 'diff(u,t);
```

```
(%o5) [d/dt i = ug/L - u/L, d/dt u = i/C]
```

```
(%i6) map(print, jednacineDiff)$
```

$$\frac{d}{dt} i = \frac{ug}{L} - \frac{u}{L}$$

$$\frac{d}{dt} u = \frac{i}{C}$$

```
(%i7) rhsJednacineDiff: map(rhs, jednacineDiff);
```

```
(%o7)  $\left[ \frac{ug}{L} - \frac{u}{L}, \frac{i}{C} \right]$ 
```

```
(%i8) Acol1: map(lambda([x], coeff(x, i, 1)), rhsJednacineDiff);
```

```
(%o8)  $\left[ 0, \frac{1}{C} \right]$ 
```

```
(%i9) Acol2: map(lambda([x], coeff(x, u, 1)), rhsJednacineDiff);
```

```
(%o9)  $\left[ -\frac{1}{L}, 0 \right]$ 
```

```
(%i10) Atr: matrix(Acol1, Acol2);
```

```
(%o10)  $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{pmatrix}$ 
```

```
(%i11) A: transpose(Atr);
```

```
(%o11)  $\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix}$ 
```

```
(%i12) X: matrix([i], [u]);
```

```
(%o12)  $\begin{pmatrix} i \\ u \end{pmatrix}$ 
```

```
(%i13) Ftr: rhsJednacineDiff, u=0, i=0;
```

```
(%o13)  $\left[ \frac{ug}{L}, 0 \right]$ 
```

```
(%i14) F: transpose(matrix(Ftr));
```

```
(%o14)  $\begin{pmatrix} \frac{ug}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$ 
```

```
(%i15) print('diff(X,t), "=", A, "*", X, "+", F) $
```

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i \\ u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{Ug}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
(%i16) zamena: [C=(Omega^2*L)^(-1),  
               Ug=laplace(Um*sin(Omega*t)*unit_step(t),t,s)];
```

```
(%o16) [C=—————, Ug=—————]
```

$$\left[C = \frac{1}{L \Omega^2}, Ug = \frac{\Omega Um}{s^2 + \Omega^2} \right]$$

```
(%i17) jednacine: [Ug=L*(s*IL-I0)+UC, IL=C*(s*UC-U0)];
```

```
(%o17) [Ug=L (IL s - I0) + UC, IL=C (UC s - U0)]
```

```
(%i18) promenljive: [IL, UC];
```

```
(%o18) [IL, UC]
```

```
(%i19) odziv: linsolve(jednacine, promenljive);
```

```
(%o19) [IL=—————, UC=—————]
```

$$\left[IL = \frac{(C Ug + C I0 L) s - C U0}{C L s^2 + 1}, UC = \frac{C L U0 s + Ug + I0 L}{C L s^2 + 1} \right]$$

```
(%i20) UCs: UC, odziv;
```

```
(%o20) —————
```

$$\frac{C L U0 s + Ug + I0 L}{C L s^2 + 1}$$

```
(%i21) UCsG: UCs,zamena, factor;
```

```
(%o21) —————
```

$$\frac{U0 s^3 + I0 L \Omega^2 s^2 + \Omega^2 U0 s + \Omega^3 Um + I0 L \Omega^4}{(s^2 + \Omega^2)^2}$$

```
(%i22) assume(Omega>0);
```

```
(%o22) [Omega>0]
```

```
(%i23) uct: ilt(UCsG, s,t);
```

```
(%o23) ————— -
```

$$\frac{(\Omega Um + 2 I0 L \Omega^2) \sin(\Omega t)}{2 \Omega} - \frac{\Omega Um t \cos(\Omega t)}{2} + U0 \cos(\Omega t)$$

```
(%i24) brojno: [I0=0.2, L=0.1, U0=2, Um=1, Omega=2*pi*50];
```

```
(%o24) [I0=0.2, L=0.1, U0=2, Um=1, Omega=100 pi]
```

```
(%i25) uc: uct, brojno;
```

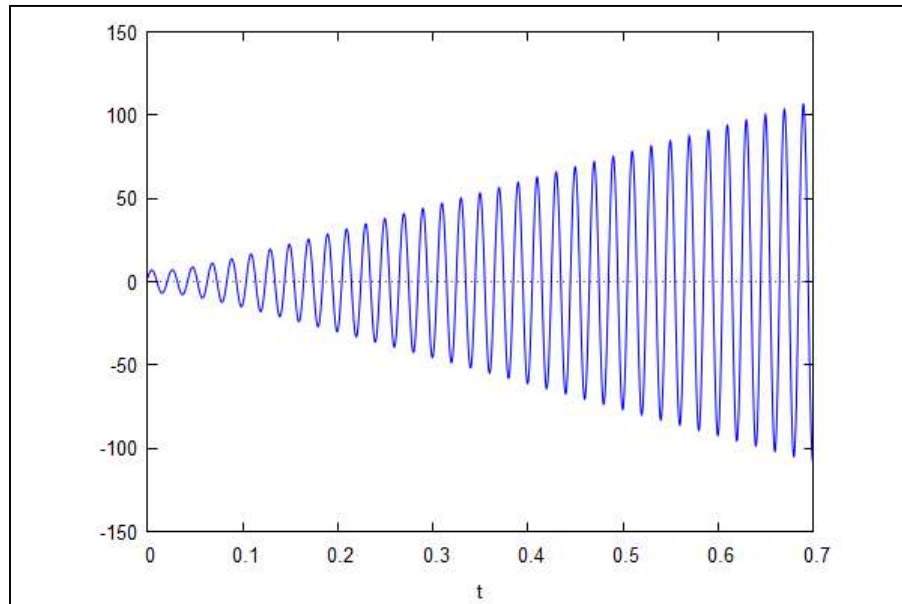
```
(%o25) 
$$\frac{(400.0000000000001 \pi^2 + 100 \pi) \sin(100 \pi t)}{200 \pi} - 50 \pi$$


$$t \cos(100 \pi t) + 2 \cos(100 \pi t)$$

```

```
(%i26) wxplot2d(uc, [t, 0, 0.7]);
```

```
(%t26)
```



```
(%o26)
```